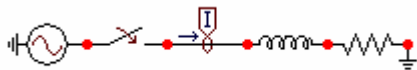


## 4. Přechodné děje

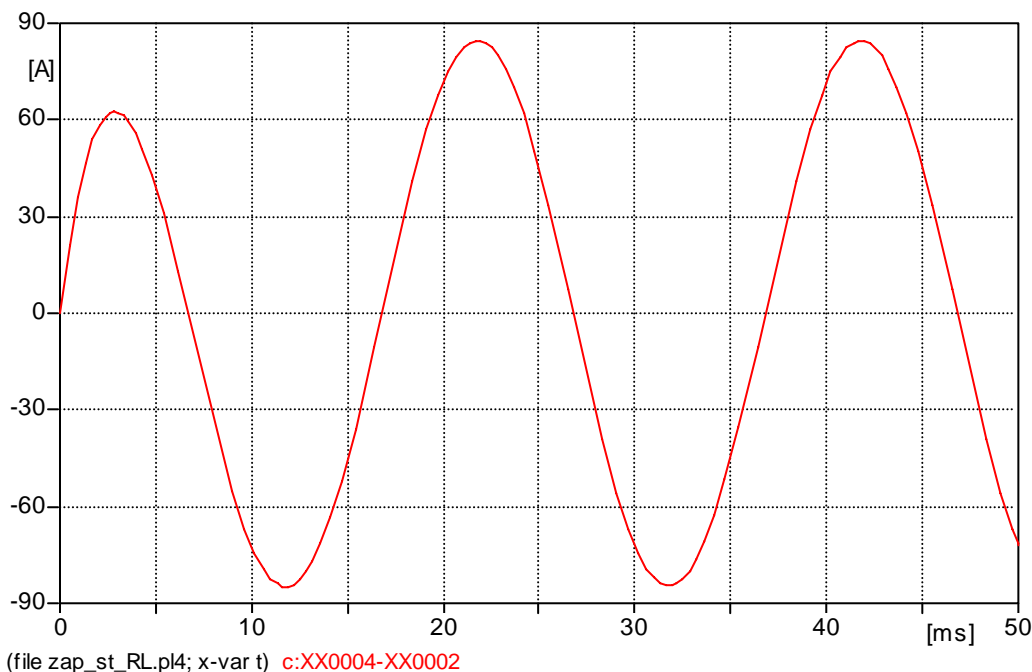
Existují-li v elektrickém obvodu prvky schopné akumulovat energii, nemohou v obvodu probíhat děje, při nichž by vznikaly skokové změny této akumulované energie. To ovšem znamená, že po dobu, kdy dochází ke změně (neperiodické) formy energie nahromaděné v obvodu, probíhají přechodné děje. Ty mohou být vyvolány připojením nebo odpojením zdroje, pasivního prvku, změnou parametrů obvodu, nebo změnou topologické struktury obvodu. Průběhy veličin v elektrickém obvodu jsou popsány soustavou integro-diferenciálních rovnic. Tuto soustavu je možné řešit pomocí Laplaceovy transformace a daná soustava diferenciálních rovnic se převede na soustavu rovnic algebraických. Celkové řešení je dáno součtem přechodné a ustálené složky, tj. součtem obecného a partikulárního řešení. Charakter obecného řešení je závislý na parametrech obvodu, které určují kořeny charakteristické rovnice.

### 4.1 Zapínání střídavého obvodu

Je dán obvod podle Obr. 4.1, kde platí:  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 20 \text{ mH}$ , zdroj střídavého napětí  $U_m = 1000 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . V nabídce **ATP / Settings / Simulation** se nastaví **Tmax** = 0,05 s a krok vzorkování **delta T** = 1E-5 s. Schéma zapojení se uloží se zvoleným názvem pomocí **CTRL-S** a **ATP / Make File** se pod zvoleným názvem vytvoří datový soubor s příponou \*.ATP. Nyní je vše připraveno pro vlastní výpočet, který se spustí příkazem **run ATP** v hlavním menu **ATP**. Pro vykreslení výsledného průběhu proudu je použit program **PlotXY**.



Obr. 4.1 Schéma zapojení pro zapínání střídavého obvodu



Obr. 4.2 Výsledný průběh proudu při zapínání střídavého obvodu.

### Výpočet:

Připojením obvodu s odporem  $R$  a indukčností  $L$  podle Obr. 4.1 na střídavé napětí  $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \chi)$ , s kruhovou frekvencí  $\omega = 2\pi f$  a fází  $\chi$  v okamžiku nuly napětí, je v okamžiku  $t = 0$ , podobně jako ve stejnosměrném obvodu, proud  $i_0 = 0$ . Tento stav popisuje rovnice:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_m \sin(\omega \cdot t + \chi) \quad (4.1)$$

Rovnice se řeší Laplaceovou transformací pomocí Eulerova vzorce:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \frac{U_m}{2j} \left( e^{j(\omega t + \chi)} - e^{-j(\omega t + \chi)} \right) \quad (4.2)$$

Výsledný tvar Laplaceovy transformace je:

$$I(p) = \frac{U_m e^{j\chi}}{2j} \cdot \frac{1}{(pL + R)(p - j\omega)} - \frac{U_m e^{-j\chi}}{2j} \cdot \frac{1}{(pL + R)(p + j\omega)} \quad (4.3)$$

a použitím substituce:

$$\frac{\omega L}{R} = \operatorname{tg} \varphi \quad (4.4)$$

a úpravou:

$$\sin(\chi - \varphi) = \cos \varphi (\sin \chi - \operatorname{tg} \varphi \cos \chi) \quad (4.5)$$

po dalších substitucích:

$$\frac{R}{\cos \varphi} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = Z \quad (4.6)$$

$$\frac{U_m}{Z} = I_m \quad (4.7)$$

bude mít výsledná rovnice proudu tvar:

$$i = I_m \left[ \sin(\omega \cdot t + \chi - \varphi) - \sin(\chi - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \right] = i' + i'' \quad (4.8)$$

kde:  $\varphi$  je časový úhel, o který se zpožďuje proud za napětím.

$i'$  ustálená složka proudu

$i''$  přechodná složka proudu, která zaniká podle časové konstanty  $\tau = L/R$  a zakresluje průběh ustáleného proudu během přechodné doby po sepnutí obvodu.

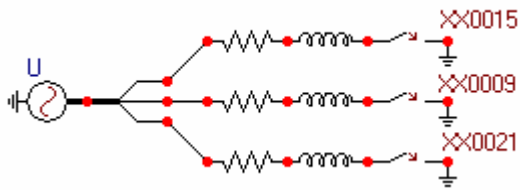
Velikost zkreslení je závislá na časovém úhlu  $\psi = (\chi - \varphi)$ , který by měl ustálený proud v okamžiku sepnutí. Je možno říci, že existují dva extrémní případy:

a)  $\psi = \pm \pi/2$  Proud bude mít stejnosměrnou složku a nejvyšší hodnotu.

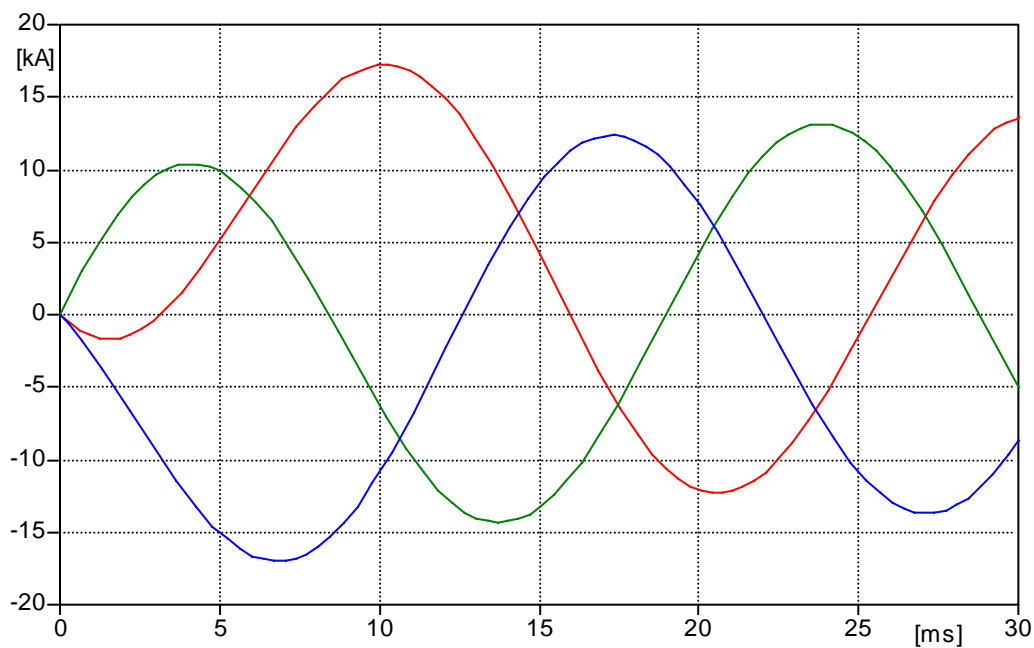
b)  $\psi = 0$  nebo  $\pi$  Přechodný děj nenastane.

## 4.2 Zapínání 3-fázového střídavého obvodu

Uvažujme současné sepnutí 3fázového spínače do zkratu. Obvod je napájen třífázovým střídavým zdrojem o amplitudě 35 kV a frekvenci 50 Hz. Vedení je realizováno jako 3fázové sériové spojení rezistoru  $0,94 \Omega$  a induktoru 7,75 mH. Pro výpočet je voleno  $T_{\max} = 0,03$  s a  $\Delta T = 1E-5$  s.



Obr. 4.3 Schéma pro zapínání třífázového obvodu



Obr. 4.4 Výsledný průběh proudů při zapínání třífázového spínače

### Výpočet:

Je-li takový trojfázový induktivní obvod připojen k trojfázovému souměrnému zdroji napětí, odpor a indukčnost jsou v obvodu stálé a všechny fáze sepnou přesně ve stejném okamžiku, lze takový trojfázový obvod považovat za tři nezávislé jednofázové obvody. Z toho plyne, že napětí ve všech fázích jsou stejná, avšak časově posunutá o 120 elektrických stupňů. Protože jsou hodnoty odporů a indukčností v každé fázi stejné, bude stejně velká také ustálená složka proudu  $I_K$  při jmenovitém napětí sítě  $U_N$ .

$$I_{KM} = \sqrt{2} \cdot I_K = \frac{\sqrt{2} \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot Z} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_N}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (4.9)$$

Ve všech fázích bude tato složka stejně posunutá o úhel  $\varphi$  oproti napětí. Rozdílný je však průběh přechodné stejnosměrné složky jednotlivých fází, neboť její počáteční velikost v jednotlivých fázích je různě velká. Proto také má výsledný zapínací proud v části přechodného děje rozdílný průběh u jednotlivých fází, jak je patrné z Obr.4.4. Okamžité hodnoty proudů fází potom jsou:

$$i_X = I_{KM} \cdot [\sin(\omega t + \Psi_{3X}) - \sin(\Psi_{3X}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}] \quad (4.10)$$

$$i_Y = I_{KM} \cdot [\sin(\omega t + \Psi_{3Y}) - \sin(\Psi_{3Y}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}] \quad (4.11)$$

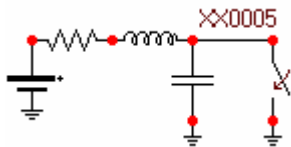
$$i_Z = I_{KM} \cdot [\sin(\omega t + \Psi_{3Z}) - \sin(\Psi_{3Z}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}] \quad (4.12)$$

kde  $\tau$  je časová konstanta a  $\Psi$  je časový úhel

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (4.13)$$

### 4.3 Vypínání obvodu stejnosměrného proudu

Rozdíl tohoto případu oproti jevům při zapínání je ten, že doposud nebyla uvažována existence kapacity vedení, kterou podobně jako ohmický odpor a indukčnost musí každý obvod nutně obsahovat. Vliv kapacity na proud obvodu při jeho zapojení je nulový, neboť sepnutím kontaktů je spojena na krátko. Proto nebyla při studiu zapínání uvažována. Při vypínání naopak hraje tato kapacita, která ve zjednodušeném schématu je zaznamenána jako paralelní přemostění spínače, významnou úlohu. Při rozepnutí spínače v čase nula se kapacita připojí ke zdroji. Protože kapacita je stále paralelně připojena ke spínači, je průběh napětí mezi rozepnutými kontakty dán průběhem napětí na kapacitě, která se nabíjí. Uvedený případ lze demonstrovat na vypínání stejnosměrného obvodu podle Obr. 4 5, kde průběh zotaveného napětí bude sledován na kapacitoru, který je mezi uzlem XX0005 a zemí.



Obr. 4.5 Schéma zapojení vypínání stejnosměrného obvodu

**Výpočet:**

Obvod je popsán rovnicemi:

$$U = L \frac{di}{dt} + Ri + u_c \quad (4.14)$$

$$u_c = \frac{1}{C} \int idt \quad (4.15)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} \quad (4.16)$$

Po dosazení platí:

$$U = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c \quad (4.17)$$

Po zavedení operátorového označení  $L\{u_c\} = U_c(p)$  a jestliže platí:

$$u_c(t = 0) = 0 \quad (4.18)$$

je obrazem uvedené rovnice výraz:

$$\frac{U}{p} = p^2 LCU_c(p) + pRCU_c(p) + U_c(p) \quad (4.19)$$

odtud:

$$U_c(p) = \frac{U}{p(p^2 LC + pRC + 1)} = \frac{M(p)}{N(p)} \quad (4.20)$$

Charakteristický polynom  $N(p)$  vyjadřuje, jakým způsobem bude děj probíhat. Kořeny charakteristického polynomu jsou  $p_1 = 0$  a:

$$p_{2,3} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \quad (4.21)$$

kde  $\alpha$  je činitel tlumení a podle vzájemné velikosti  $\alpha$  a  $\beta$  se rozlišují tři případy průběhu napětí na kontaktech:

#### A) tlumeně kmitavý průběh

Parametry obvodu jsou: napětí  $U = 10$  kV, rezistor  $R = 10$   $\Omega$ , induktor  $L = 100$  mH, kapacitor  $C = 1$   $\mu$ F.

Jelikož platí  $\alpha < \beta$ , jsou druhý a třetí kořen rovnice (4.21) komplexně sdružené:

$$p_{2,3} = -\alpha \pm j\sqrt{\beta^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j\omega_0 \quad (4.22)$$

kde  $\omega_0$  je vlastní kmitočet obvodu.

Po provedení zpětné Laplaceovy transformace lze psát napětí na kontaktech ve tvaru:

$$u_c = U \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t \right) e^{-\alpha t} \right] = u_c' + u_c'' \quad (4.23)$$

kde  $u_c'$  je ustálená (**obnovené napětí**) a  $u_c''$  přechodná složka napětí (**zotavené napětí**).

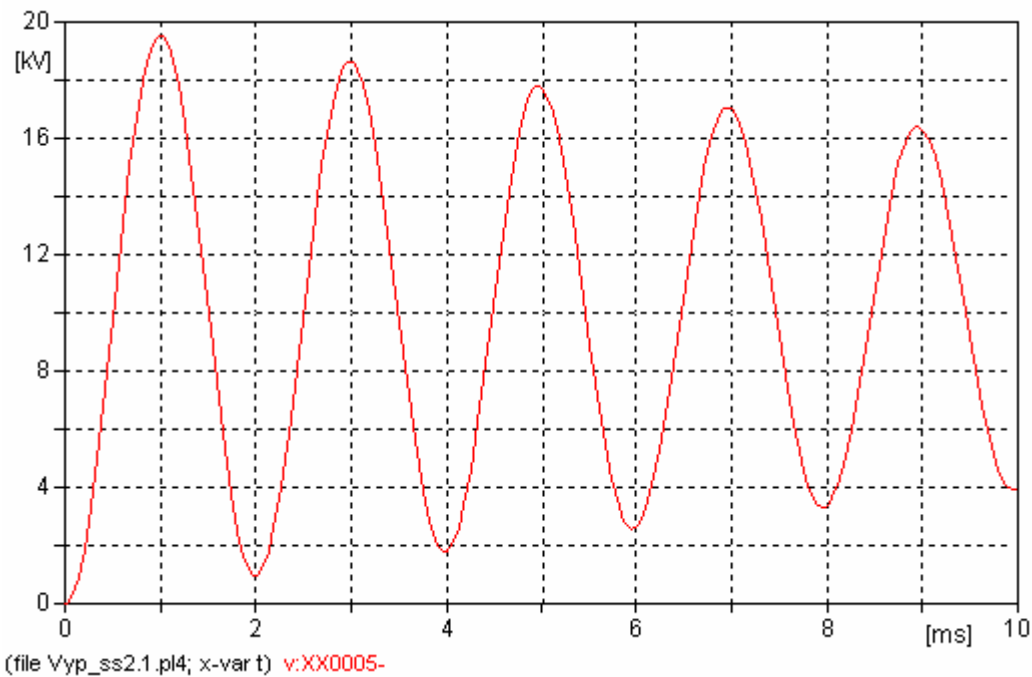
Pokud platí  $R \ll L$  může se člen  $\alpha^2$  zanedbat a výraz pro vlastní kmitočet obvodu je shodný s Thompsonovým vztahem pro rezonanční kmitočet obvodu:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (4.24)$$

Velikost vlastního kmitočtu  $f_0$  je také jedním z parametrů, které určují rychlost narůstání čela napětí mezi kontakty. Druhý parametr, který určuje rychlost narůstání čela napětí mezi kontakty, je hodnota amplitudy prvního kmitu. Je-li kmitočet značně vysoký, je doba první půlperiody krátká, útlum lze zanedbat a zotavené napětí překmitne na dvojnásobek napětí zdroje (viz. obr. 4.6), neboť platí:

$$u_c = U [1 - \cos \omega_0 t] \quad (4.25)$$

Z hlediska vypínání se jedná o velmi nepříznivý stav právě s ohledem na velikost zotaveného napětí.



Obr. 4.6 Výsledný průběh zotaveného napětí při vypínání stejnosměrného obvodu

#### B) aperiodický průběh

Parametry obvodu jsou: napětí  $U = 10 \text{ kV}$ , rezistor  $R = 1000 \text{ } \Omega$ , induktor  $L = 10 \text{ mH}$ , kapacitor  $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$ .

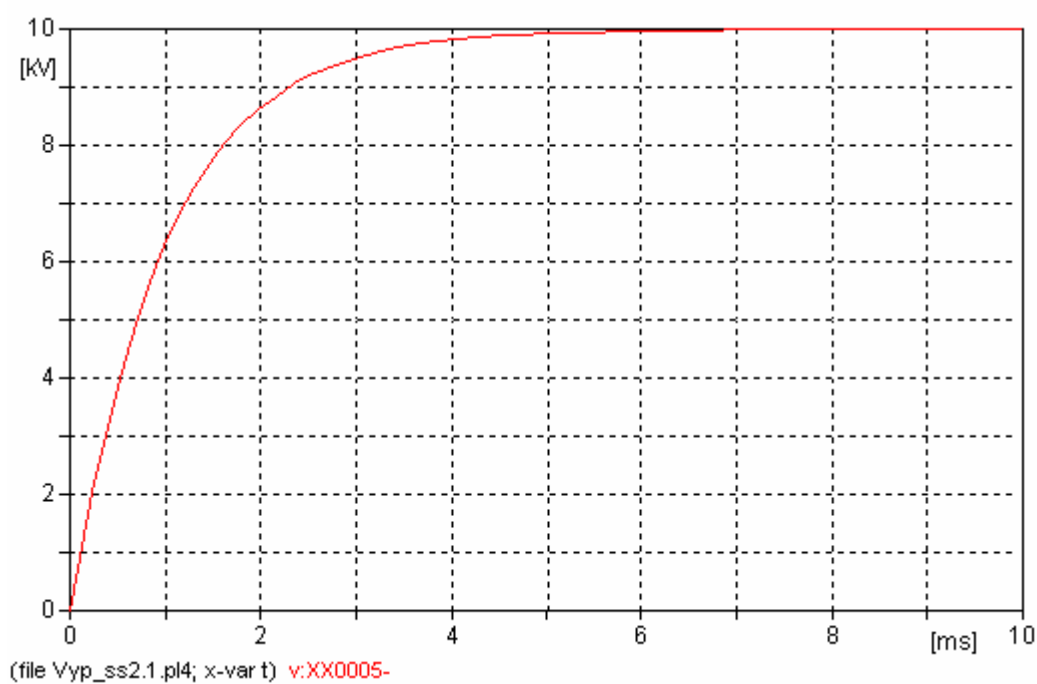
Jelikož platí  $\alpha > \beta$ , jsou druhý a třetí kořen rovnice reálné a jsou dány rovnicí (4.21). Při označení:

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (4.26)$$

a po provedení zpětné Laplaceovy transformace bude mít napětí na kontaktech tvar:

$$u_c = U \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\delta} \sinh \delta t + \cosh \delta t \right) e^{-\alpha t} \right] = u_c' + u_c'' \quad (4.27)$$

Zotavené napětí narůstá aperiodicky na ustálenou hodnotu  $U$  (Obr. 4.7). Jedná se tedy z hlediska vypínání o podstatně příznivější případ než byl předchozí.



Obr. 4.7 Aperiodický průběh zotaveného napětí.

#### C) děj na mezi aperiodicity

Kritický případ, kdy kmitavý děj přechází právě v aperiodický, je dán takovou velikostí parametrů obvodu, že platí:

$$\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = 0 \quad (4.28)$$

odtud:

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.29)$$

a charakteristická rovnice má násobný kořen.

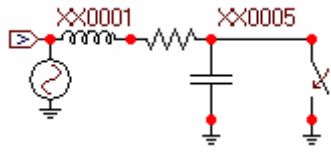
### 4.4 Vypínání střídavého obvodu

Případy průběhů jsou analogické s obvodem stejnosměrného proudu s tím, že pravá strana rovnice popisující daný obvod je charakterizována zdrojem napětí:

$$u = U_m \sin(\omega t + \chi) \quad (4.30)$$



Příklad vypínání je ukázán na tlakovzdušném vypínači s parametry: napětí  $U = 35 \text{ kV}$  a jmenovitý vypínací proud  $I = 25 \text{ kA}$ . Bude sledován vliv paralelního tlumícího odporu podle Obr. 4.8.



Obr. 4.8 Schéma zapojení vypínání střídavého obvodu bez vlivu tlumícího odporu

### Hodnoty pro ATP

- maximální hodnota fázového napětí (fáze  $-80^\circ$ ), spínač vypíná v čase nula

$$U_m = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_N = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} 35 \cdot 10^3 = 28577 \text{ V} \quad (4.31)$$

- sériový odpor  $1 \Omega$  a jmenovitá impedance obvodu bude:

$$Z = \frac{U_N}{\sqrt{3}I} = \frac{35 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 25 \cdot 10^3} = 0,808 \Omega \quad (4.32)$$

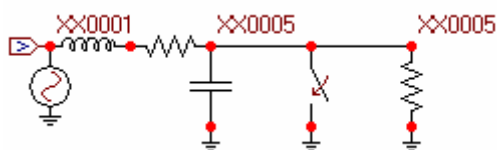
- indukčnost obvodu

$$L = \frac{Z}{2\pi \cdot f} = \frac{0,808}{2\pi \cdot 50} = 2,572 \text{ mH} \quad (4.33)$$

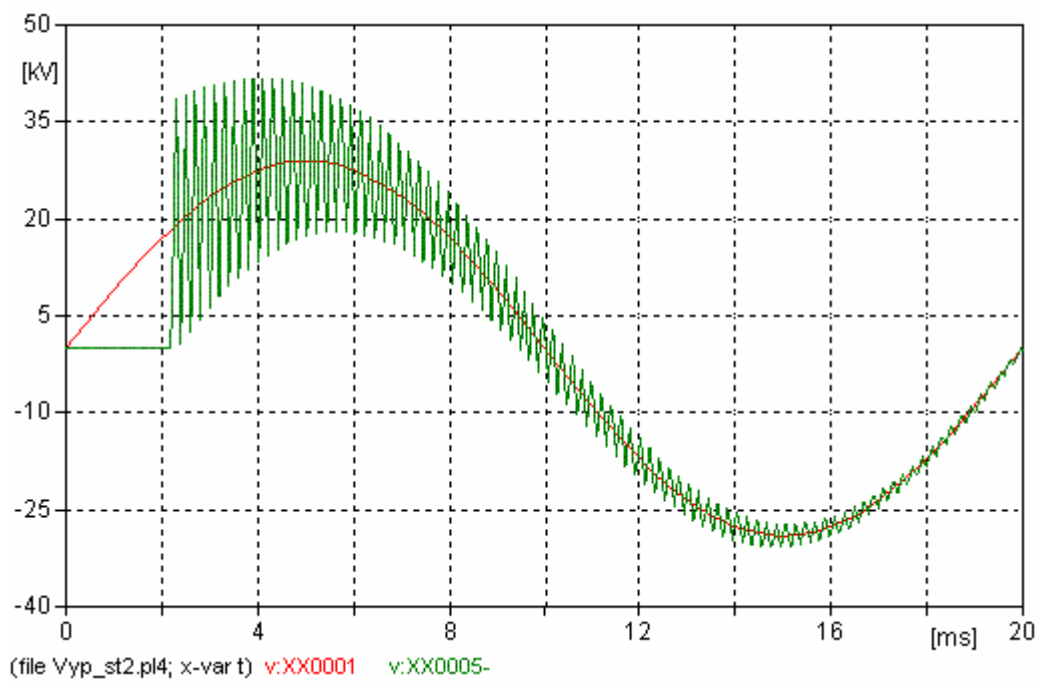
- kapacita obvodu pro  $f_m = 5000 \text{ Hz}$

$$C = \frac{1}{(2\pi \cdot f_m)^2 \cdot L} = \frac{1}{(2\pi \cdot 5000)^2 \cdot 2,572 \cdot 10^{-3}} = 394 \text{ nF} \quad (4.34)$$

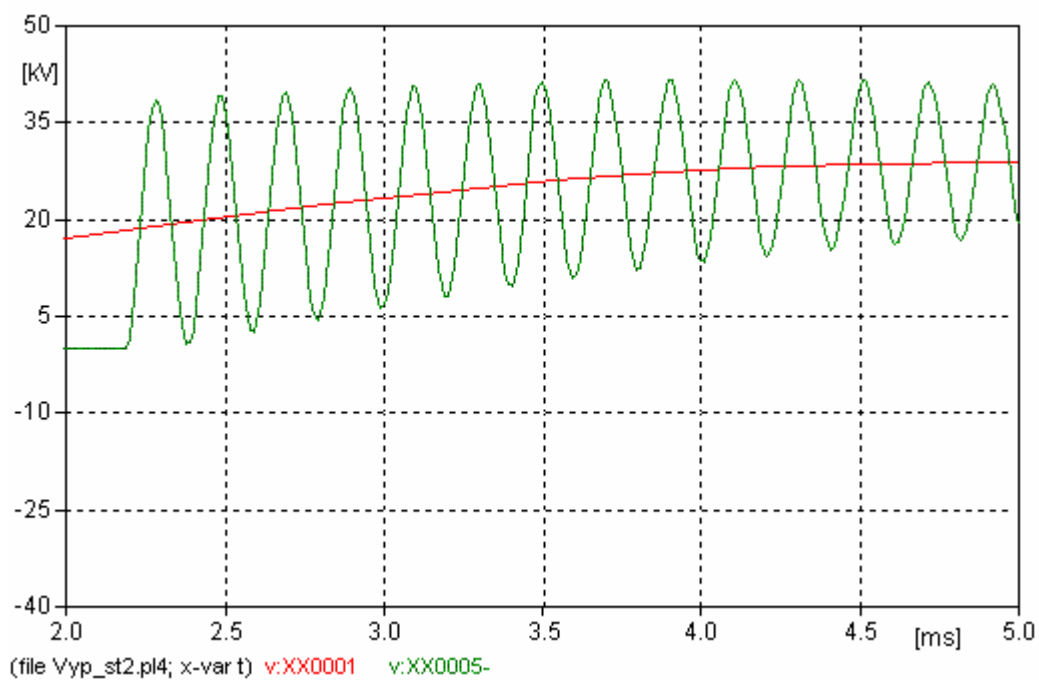
Výsledný průběh napětí na kontaktech (Obr. 4.10 a 4.11) je sledován jako průběh napětí na kapacitoru (uzel XX0005). Pro srovnání je v obvodu sledováno také napětí zdroje, které je měřeno pomocí napěťové sondy. Pro odstranění oscilací napětí je obvod na Obr. 4.9 doplněn tlumícím odporem.



Obr. 4.9 Obvod vypínání střídavého obvodu s tlumícím odporem



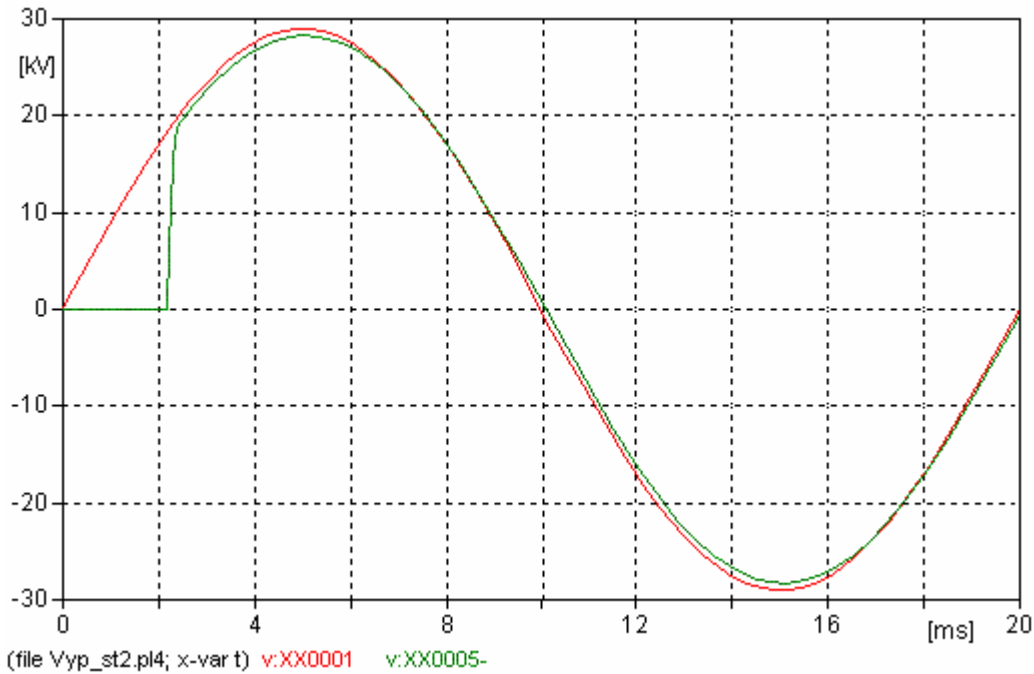
Obr. 4.10 Tlumeně kmitavý průběh napětí na kontaktech



Obr. 4.11 Detailní pohled na kmitavý průběh napětí z Obr. 4.10

Vztah pro hodnotu tlumícího odporu  $R_b$  je uveden na str. 277 knihy Havelka a kol.: Elektrické přístroje. Průběh napětí s tlumícím odporem pak ukazuje Obr. 4.12.

$$R_b = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2,572 \cdot 10^{-3}}{393,93 \cdot 10^{-9}}} = 40 \Omega \quad (4.35)$$



Obr. 4.12 Aperiodický průběh napětí na kontaktech

### Výpočet

Jak již bylo řečeno případy průběhů napětí na kontaktech při vypínání střídavého obvodu jsou analogické s obvodem stejnosměrného proudu, s tím, že pravá strana rovnice popisující daný obvod je charakterizována zdrojem napětí:

$$u = U_m \sin(\omega t + \chi) \quad (4.36)$$

Obvod je popsán rovnicemi (pro obvod bez tlumícího odporu):

$$U_m \sin(\omega t + \chi) = L \frac{di}{dt} + R \cdot i + u_c \quad (4.37)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} \quad (4.38)$$

Po dosazení platí:

$$U_m \sin(\omega t + \chi) = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c \quad (4.39)$$

Po užití Heavisiedova rozvoje:

$$U_m \frac{e^{j(\omega t + \chi)} - e^{-j(\omega t + \chi)}}{2j} = LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c \quad (4.40)$$

Po zavedení operátorového označení  $L\{u_c\} = U_c(p)$  a jestliže platí  $u_c(t=0) = 0$  je obrazem uvedené rovnice:

$$\frac{U_m}{2j} \left( \frac{e^{j\chi}}{p - j\omega} - \frac{e^{-j\chi}}{p + j\omega} \right) = p^2 LCU_c(p) + pRCU_c(p) + U_c(p) \quad (4.41)$$

Podobně jako u stejnosměrného obvodu je možno zpětnou transformací získat okamžité hodnoty napětí na kontaktech pro tlumeně periodický, aperiodický průběh a průběh na mezi periodicity. Pro tlumeně periodický průběh platí:

$$u_c = U_m \left[ \sin(\omega t + \chi) - \sin \chi \left( \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t \right) e^{-\alpha t} \right] = u_c' + u_c'' \quad (4.42)$$

označení je stejné jako výše a  $\omega$  je vnucovaný kmitočet sítě.

Při uvážení tlumícího odporu bude obraz napětí na kontaktech vypínače dán:

$$U_c(p) = \frac{U(p)}{p^2 LC + pL/R + 1} \quad (4.43)$$

Z této rovnice vyplývá, že násobný kořen polynomu ve jmenovateli (diskriminant kvadratické rovnice roven nule) je dán vztahem (4.35), který byl použit pro určení hodnoty tlumícího odporu a průběh napětí na Obr. 4.12 je tedy průběhem na mezi periodicity.